O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI FANLAR AKADEMIYASI
АКАДЕМИЯ НАУК РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН

MEXANIKA MUAMMOLARI

O‘ZBEKISTON
JURNALI

2

2026

УЗБЕКСКИЙ
ЖУРНАЛ

ПРОБЛЕМЫ МЕХАНИКИ

Журнал под таким названием издается с января 1992 г.

Ташкент – 2026

Содержание

Султанов К.С., Исмоилова С.И., Хазратова Т.Я., Бегманов Р.А.
Комплексное исследование нелинейного деформирования и обрыва хлопковой пряжи при растяжении: эксперимент и численное моделирование 7

Мирсаидов М.М., Тошматов Э.С., Ишматов А.Н., Ярашов Ж.А., Уринов Б.Х.
Оценка прочности грунтовых плотин при многокомпонентных кинематических воздействиях 13

Мардонов Б.М., Нишонов Н.А., Бердибаев М.Ж., Хуррамов А.Ч., Аҳзамов Р.Р.
Сейсмодинамика пролетного строения моста, контактирующего с деформируемыми опорами 25

Хасанов А. З., Хайдарова К. Х.
Сравнительный анализ экспериментальных результатов прогибов балки с данными двух теоретических моделей 36

Усаров М. К., Аскарходжаев Ш. И., Усанов Ф. А.
Поперечные колебания на основе бимоментной теории прямоугольной пластины на упругом основании 47

Сагдуллаева Д.А., Кельдиёрова М.А.
Влияние числа шагов нагружения на сходимость численного решения термопластических задач 60

Қудратов А.Э., Шамсиев Д.К.
Устойчивость поперечных колебаний несовершенно упругих систем с динамическими гасителями 69

Далабаев Умурдин, Хасанова Дилфуза
Приближённое решение задачи течения жидкости в цилиндрическом канале 78

Нормуродов Ч. Б., Шакаева Э. Э., Зиякулова Ш. А.
О динамики производных для задачи коши сингулярно возмущенного уравнения 85

Бахтиёров Б.Б., Хожикулов Ш.Ш., Хужаев И.К., Туропова Н.В.
Влияние воздушного колпака на пульсации давления в рельефных трубопроводах 96

Хужаев И.К., Эргашев Д.Й., Ахмаджонов С.С.
Численный анализ двухстадийного окисления метана в осесимметричных турбулентных потоках 112

Равшанов Н., Насруллаев П., Махмудов Р.
Математическое моделирование распространения загрязняющих веществ в атмосфере с учётом химической трансформации, гравитационного оседания и влияния рельефа 128

Боборахимов Б., Кодиров Р.
Численное моделирование процессов изменения уровня подземных вод в неоднородных пористых средах 141

Эсанов А.А., Мадрахимов Д.У., Абдугаппарова Ш.Н.
Теоретический анализ отделения волокна в разработанном лабораторном валичном джине 154

Мухаммадиев Д.М., Примов Б.Х., Абзоиров О., Маллаев О., Абдусаломов М.
Исследование движения машинного агрегата семяотводящего устройства с планетарным редуктором 163
Кулдошев Д.А., Джураева Н.Б., Ганжаев Ш.А.
Производительность серийной и усовершенствованной хлопкоуборочной машины 175
Уринов А.П., Джураева Н.Б.
Теоретическое обоснование параметров централизованного пневмомеханического туковысевающего аппарата 182
Худаёров М.Т.
Экспериментальное исследование саморазгружающегося устройства для прицепа трактора с большим объемам грузовместимости 198

"Годы, отданные науке: С юбилеем, уважаемые учёные!" 206

УДК 532.546

ВЛИЯНИЕ ВОЗДУШНОГО КОЛПАКА НА ПУЛЬСАЦИИ ДАВЛЕНИЯ В РЕЛЬЕФНЫХ ТРУБОПРОВОДАХ

[1]***Бахтиёров Б.Б,*** [1,2]***Хожикулов Ш.Ш.,*** [1,3]***Хужаев И.К.,*** [1]***Туропова Н.В.***

*bozorov.bobur1992@gmail.com

[1]Институт механики и сейсмостойкости сооружений им. М.Т.Уразбаева, Ташкент, Узбекистан;

[2]Ташкентский государственный университет транспорта, Ташкент, Узбекистан;

[3]Университет Ориентал, Узбекистан, Ташкент.

В данной работе исследованы импульсные скачки и колебания давления, возникающие при течении реальной жидкости в рельефных трубопроводах. Установлены закономерности распространения импульсных волн в трубопроводной системе. На основе математической модели проведены расчёты, показавшие, что с увеличением объёма воздушного колпака амплитуда колебаний уменьшается. Полученные результаты имеют важное значение для снижения гидравлических ударов и повышения устойчивости работы трубопроводных систем.

Ключевые слова: Встречные волны, уравнения Н.Е.Жуковского, численный метод, давление, скорость, демпфер, квазиодномерные уравнения

Цитирование: *Бахтиёров Б.Б., Хожикулов Ш.Ш., Хужаев И.К., Туропова Н.В.* Влияние воздушного колпака на пульсации давления в рельефных трубопроводах // Проблемы механики. – 2026. – № 2(36). – С. 96-111.

1 Введение

Процессы распространения волн уплотнения и разряжения в трубопроводных системах представляют собой одну из сложных и актуальных научно-технических проблем гидравлики и механики жидкости. В последние десятилетия для анализа гидравлических ударов и переходных процессов активно применяются современные численные методы и усовершенствованные математические модели.

В работах [1, 2] исследовано влияние нестационарного трения и упругости стенок на затухание волн давления в трубопроводах с использованием модифицированного метода характеристик. Оптимизации параметров воздушных колпаков (демпферов) для смягчения импульсных скачков посвящены исследования [3, 4], где доказано, что учет термодинамического поведения воздуха внутри резервуара критически важен для точного прогнозирования колебаний. Проблемы течения в рельефных трубопроводах, сопровождающиеся перепадами высот, кавитацией и разрывом сплошности потока, глубоко проанализированы в трудах [5, 6].

Современные авторы [7, 8] предлагают новые квазиодномерные модели, учитывающие реальные свойства жидкости, что позволяет более адекватно описывать диссипацию энергии при гидравлическом ударе. Кроме того, в недавних исследованиях [9, 10] все чаще применяются алгоритмы численного моделирования (CFD) и машинного обучения для определения оптимального объема и местоположения демпфирующих узлов в сложных гидросистемах.

Несмотря на значительное количество современных исследований в данной области [1–10], большинство из них опирается на стандартные подходы идеальной жидкости или слишком громоздкие 3D-модели, которые сложно применять для оперативного анализа протяженных трасс. В особенности это касается задач, связанных с

анализом влияния воздушного колпака на формирование импульсных волн с использованием аналогов встречных волн, что остается малоизученной научной проблемой.

В связи с этим целью настоящей работы является исследование влияния воздушного колпака на снижение импульсных скачков и колебаний давления при течении реальной жидкости в рельефных трубопроводах на основе введения аналогов встречных волн и численного моделирования.

2 Постановка и метод решения задачи

Рассматривается элементарный участок рельефного трубопровода с длиной l и диаметром D, функционирующий в квадратичном режиме сопротивления ($\lambda = = \text{const}$) [11–15]:

$$\begin{cases} \rho\dfrac{\partial u}{\partial t} + \rho u\dfrac{\partial u}{\partial x} + \dfrac{\partial p}{\partial x} = -\dfrac{\lambda}{2D}\rho u|u| - \rho g\sin\alpha, \\ -\dfrac{\partial \rho}{\partial t} = \dfrac{\partial \rho u}{\partial x}, \quad p - p_* = k\dfrac{\rho - \rho_*}{\rho_*}. \end{cases} \tag{1}$$

На входе установлен воздушной колпак, а в двух концах участка заданы законы изменения массового расхода жидкости по времени.

Требуется разработать численный метод решения задачи на основе введения аналогов встречных волн $f_1 = \bar{u} + \varphi$, $f_2 = \bar{u} - \varphi$, когда безразмерные уравнения имеют вид [16–18]:

$$\frac{\partial f_1}{\partial \bar{t}} + (1 + \bar{u})\frac{\partial f_1}{\partial \bar{x}} = -\frac{\lambda l}{2D}\bar{u}|\bar{u}| - \frac{lg}{c^2}\sin\alpha,$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial \bar{t}} + (\bar{u} - 1)\frac{\partial f_2}{\partial \bar{x}} = -\frac{\lambda l}{2D}\bar{u}|\bar{u}| - \frac{lg}{c^2}\sin\alpha.$$

Здесь

$$\varphi = \ln\frac{\rho}{\rho_*}, \quad \bar{u} = \frac{u}{c_f}.$$

При решении задачи использован алгоритм решения аналогичной задачи [19] с некоторыми изменениями. Эти изменения относились реализации граничных условия на входе и на выходе из участка.

Интенсивность поступления массы жидкости к входному сечению $x = 0$ с воздушным колпаком составляет $Q_0(t)$. На входе в участок массовый расход жидкости составляет:

$$M(0,t) = f\rho(0,t)u(0,t).$$

Разность между этими величинами составляет интенсивность массообмена между трубопроводом и воздушным колпаком [19, 20]:

$$\Delta M_0(t) = Q_0(t) - f\rho(0,t)u(0,t). \tag{2}$$

Она представляет скорость изменения массы $\rho_f^0(t)V_f^0(t)$ жидкости в воздушном колпаке по времени:

$$\Delta M_0(t) = \frac{d}{dt}[\rho_f^0(t)V_f^0(t)] = \frac{d\rho_f^0(t)}{dt}V_f^0(t) + \rho_f^0(t)\frac{dV_f^0(t)}{dt}. \tag{3}$$

Здесь $\rho_f^0(t)$ – плотность жидкости; а $V_f^0(t)$ – объем жидкости во входном воздушном колпаке. Остальная часть объема воздушного колпака $V_{BK}^0 - V_f^0(t) = V_g^0(t)$ занята воздухом. Изменением объема воздушного колпака пренебрегаем: $V_{BK}^0 = \text{const}$.

Величину $\Delta M_0(t)$ желательно определить через объем воздуха в воздушном колпаке $V_g^0(t)$, т.к. масса воздуха в воздушном колпаке практически постоянная и составляет

$$m_g^0 = \frac{p_g^0(t)V_g^0(t)}{zRT} = \text{const}. \tag{4}$$

Принимаем, что значение давления $p(0,t)$ относится и к объему воздушного колпака. Поэтому объем воздуха в воздушном колпаке составляет:

$$V_g^0(t) = \frac{zRTm_g^0}{p(0,t)}. \tag{5}$$

С учетом данного факта преобразуем:

$$\begin{aligned}
\Delta M_0(t) &= \left[V_{BK}^0 - \frac{zRTm_g^0}{p(0,t)}\right]\frac{\partial\rho(0,t)}{\partial t} - \rho(0,t)\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{zRTm_g^0}{p(0,t)}\right) = \\
&= \left[V_{BK}^0 - \frac{c_g^2 m_g^0}{p(0,t)}\right]\frac{\partial\rho(0,t)}{\partial t} + \rho(0,t)\frac{c_g^2 m_g^0 c_f^2}{p^2(0,t)}\frac{\partial\rho(0,t)}{\partial t} = \\
&= \left[V_{BK}^0 - \frac{c_g^2 m_g^0}{p(0,t)} + \frac{c_g^2 m_g^0 c_f^2\rho(0,t)}{p^2(0,t)}\right]\frac{\partial\rho(0,t)}{\partial t} = \\
&= \left[V_{BK}^0 + \frac{c_g^2 m_g^0(k-p_*)}{p^2(0,t)}\right]\frac{\partial\rho(0,t)}{\partial t} = \\
&= \left[V_{BK}^0 + \frac{c_g^2 m_g^0(k-p_*)}{(p_* + c_f^2\rho(0,t) - k)^2}\right]\frac{\partial\rho(0,t)}{\partial t}.
\end{aligned}$$

Здесь ввели обозначение $c_g^2 = zRT = \text{const}$, учитывали

$$p_g(t) = p_f(t) = p(0,t) = p_* + c_f^2\rho(0,t) - k. \tag{6}$$

Тогда баланс массы в сечении $x = 0$ записывается в виде равенства [20]:

$$f\rho(0,t)u(0,t) + \left[V_{BK}^0 + \frac{c_g^2 m_g^0(k-p_*)}{(p_* + c_f^2\rho(0,t) - k)^2}\right]\frac{\partial\rho(0,t)}{\partial t} = -Q_0(t).$$

Также обезразмериваем условие на входе участка:

$$\bar\rho(0,\bar t)\bar u(0,\bar t) + \left[V_{BK}^0 + \frac{c_g^2 m_g^0(k-p_*)}{(p_* + c_f^2\rho_*\bar\rho(0,\bar t) - k)^2}\right]\frac{1}{fl}\frac{\partial\bar\rho(0,\bar t)}{\partial\bar t} = -\frac{Q_0(t)}{f\rho_* c}.$$

Здесь введем обозначения:

$$\bar M_0(\bar t) = \frac{Q_0(\bar t)}{f\rho_* c}, \tag{7}$$

$$s_0 = \left[V_{BK}^0 + \frac{c_g^2 m_g^0(k-p_*)}{(p_* + c_f^2\rho_*\bar\rho(0,\bar t) - k)^2}\right]\frac{1}{\tau fl} > 0. \tag{8}$$

Здесь τ – шаг по безразмерному времени. Тогда условие принимает вид:

$$\bar\rho(0,\bar t)\bar u(0,\bar t) + s_0\tau\frac{\partial\bar\rho(0,\bar t)}{\partial\bar t} = -\bar M_0(t).$$

Из полученного условия можно найти значение $\bar{u}(0,\bar{t})$. Для этого необходимо $\bar{\rho}(0,\bar{t})$ выразить через $\bar{u}(0,\bar{t})$. Учитываем, что для нового времени $\bar{t}$ известно значение $f_2(0,\bar{t}) = \bar{u}(0,\bar{t}) - \varphi(0,\bar{t})$. Тогда $\varphi(0,\bar{t}) = f_2(0,\bar{t}) - \bar{u}(0,\bar{t})$ и безразмерная плотность определяется в виде:

$$\bar{\rho}(0,\bar{t}) = e^{f_2(0,\bar{t})-\bar{u}(0,\bar{t})}.$$

С учетом данной замены условие, аппроксимированное явной схемой, принимает вид:

$$e^{f_{2,0}^{n+1}-\bar{u}_0^{n+1}}\bar{u}_0^{n+1} + s_0(e^{f_{2,0}^{n+1}-\bar{u}_0^{n+1}} - \bar{\rho}_0^n) = -\bar{M}_0^{n+1}.$$

Составим вспомогательную функцию относительно $\bar{u} = \bar{u}_0^{n+1}$:

$$F(\bar{u}) = e^{\bar{u}}(\bar{u} + s_0) - e^{f_{2,0}^{n+1}}(s_0\bar{\rho}_0^n - \bar{M}_0^{n+1}). \tag{9}$$

Оценим первую производную:

$$F'(\bar{u}) = e^{\bar{u}}(\bar{u} + s_0 + 1) > 0,$$

и вторую производную:

$$F''(\bar{u}) = e^{\bar{u}}(\bar{u} + s_0 + 2) > 0.$$

Согласно первой оценке вспомогательная функция монотонно возрастающая, а согласно второй оценке график функции вогнутая в физической области определения [-1; 1]. Эти информации способствуют применения метода касательных (Ньютона) с нулевым приближением $\bar{u}^0 = +1$.

Из выражения углового коэффициента к-й касательной к графику функции при нулевой абсциссе (при $F(\bar{u}^{k+1}) = 0$):

$$F'(\bar{u}^k) = \frac{F(\bar{u}^{k+1}) - F(\bar{u}^k)}{\bar{u}^{k+1} - \bar{u}^k} \tag{10}$$

следует, что уместна рекуррентная формула:

$$\bar{u}^{k+1} = \bar{u}^k - \frac{F(\bar{u}^k)}{F'(\bar{u}^k)} = \bar{u}^k - \frac{(s_0\bar{\rho}_0^n - \bar{M}_0^{n+1})e^{\bar{u}^k + f_{2,0}^{n+1}} - \bar{u}^k - s_0}{\bar{u}^k + 1 + s_0}. \tag{11}$$

Итерационный процесс по этой формуле продолжается до выполнения условия $|F(\bar{u}^{k+1})| < 10^{-12}$ или $|\bar{u}^{k+1} - \bar{u}^k| < 10^{-12}$.

Далее по вновь найденному значению $\bar{u}_0^{n+1} = \bar{u}^{k+1}$ определяются значения $f_{1,0}^{n+1}$, φ_0 и

$$p(0,t) = p_* + c_f^2\rho_* e^{f_{2,0}^{n+1}-\bar{u}^{k+1}} - k.$$

Это первое изменение алгоритма численного решения задачи. Второе изменение задачи и алгоритма относятся к условию при $x = l$. В размерном виде оно составляет:

$$M(l,t) = f\rho(l,t)u(l,t) = Q_l(t).$$

В безразмерной форме условие имеет вид:

$$\bar{\rho}(1,\bar{t})\bar{u}(1,\bar{t}) = \frac{Q_l(\bar{t})}{f\rho_* c} = \bar{Q}_l(\bar{t}).$$

При $Q_l(\bar{t}) = 0$ условие определяет $\bar{u}(1,\bar{t}) = 0$. Так как имеем новое значение f_{1,N_x}^{n+1}, то $\varphi_{N_x}^{n+1} = -f_{1,N_x}^{n+1}$ и $f_{2,N_x}^{n+1} = \varphi_{N_x}^{n+1}$.

При $Q_l(\bar{t}) \neq 0$ имеем конечноразностное уравнение в виде:

$$e^{f_{1,N_x}^{n+1} - f_{2,N_x}^{n+1}} \bar{u}_{N_x}^{n+1} = \bar{Q}_l^{n+1}.$$

Так как $f_{2,N_x}^{n+1} = 2\bar{u}_{N_x}^{n+1} - f_{1,N_x}^{n+1}$, то условие приобретает вид:

$$e^{f_{1,N_x}^{n+1} - \bar{u}_{N_x}^{n+1}} \bar{u}_{N_x}^{n+1} = \bar{Q}_l^{n+1}.$$

Обозначим $\bar{u} = \bar{u}_{N_x}^{n+1}$ и составим вспомогательную функцию:

$$\Phi(\bar{u}) = \bar{Q}_l^{n+1} e^{-f_{1,N_x}^{n+1}} - \bar{u}e^{-\bar{u}}. \tag{12}$$

Нуль данной функции определяли методом касательных, который описан выше. Нам необходимо определить нулевое приближение $\bar{u}^{(0)}$. Находим первую и вторую производные:

$$\Phi'(\bar{u}) = -e^{-\bar{u}} + \bar{u}e^{-\bar{u}} = e^{-\bar{u}}(\bar{u} - 1) < 0,$$

$$\Phi''(\bar{u}) = -e^{-\bar{u}}(\bar{u} - 1) + e^{-\bar{u}} = e^{-\bar{u}}(2 - \bar{u}) > 0.$$

Функция $\Phi(\bar{u})$ в промежутке [-1; 1] убывающая, а график вогнутый. В этом случае следует принимать $\bar{u}^{(0)} = -1$.

Соответствующие изменения внесены в программу и проведена серия вычислительного эксперимента. Обсудим ее результаты.

3 Результаты

Шаги численного интегрирования составили $h = 0.001l$ по расстоянию и $\tau = 0.0002l/c$ по времени. Продолжительность времени установления нового режима работы участка определяли по условию:

$$\max_{i \in [0, N_x]} |\bar{M}_i^{n+1} - \bar{M}_i^n| < 10^{-10} (= \varepsilon_M).$$

При этом условия сходимости $\bar{u}$ и φ выполнялись с точностью 10^{-10} и 10^{-12}.

С определенной регулярностью ($0.001l$) значения скорости, давления и массового расхода жидкости по длине сохранялись в отдельных файлах. В конце строки выводились наибольшие и наименьшие значения показателей.

В ходе вычислительного эксперимента варьировали значения скоростей потока на входном и выходном сечениях участка, а также объема воздушного колпака. В начальном состоянии участка объем воздуха занимал половину объема демпфера.

Адекватность результатов расчета проверяли сравнением результатов $V_0 = 0$ м^3 с результатами $V_l = 0$ м^3, которые получены в предыдущей главе. Наибольшие отклонения двух решений не превышала требуемой точности 10^{-10} по безразмерному массовому расходу, скорости жидкости и давлению.

В остальных вариантах расчетов объем входного демпфера имел значения $V_0 = 0.001, 0.010, 0.030, 0.100, 1.000, 3.000$ м^3.

При малых объемах воздушного колпака в начальных отрезках времени изменения в профилях показателей процесса относительно случая $V_0 = 0.000$ м^3 были незначительные. Также мало отличались профили показателей процесса при увеличении объема воздушного колпака от 1.000 м^3 до 3.000 м^3. Таким образом, более информативными по характеру изменения профилей показателей процесса оказались варианты $V_0 = 0.030, 0.100$ и 1.000 м^3.

На рис. 1 приведены графики массового расхода жидкости с шагом $tc/(10l)$ для объема установленного во входном сечении демпфера 0.030, 0.100, и 1.000 м^3. Этот результата относится к переходному режиму от однородной скорости 3.0 м/с к новой скорости 6 м/с (то есть от массового расхода 76.2056 кг/с к 152.4112 кг/с). В трех графиках во входном сечении кривые расположились с возрастающем по времени порядка, а в выходном сечении при $t > 0$ установился новый массовый расход.

Локальные возрастания массового расхода соответствуют входному и выходному скачком массового расхода. Первый из них волна уплотнения перемещается слева направо, второй волна разряжения справа налево.

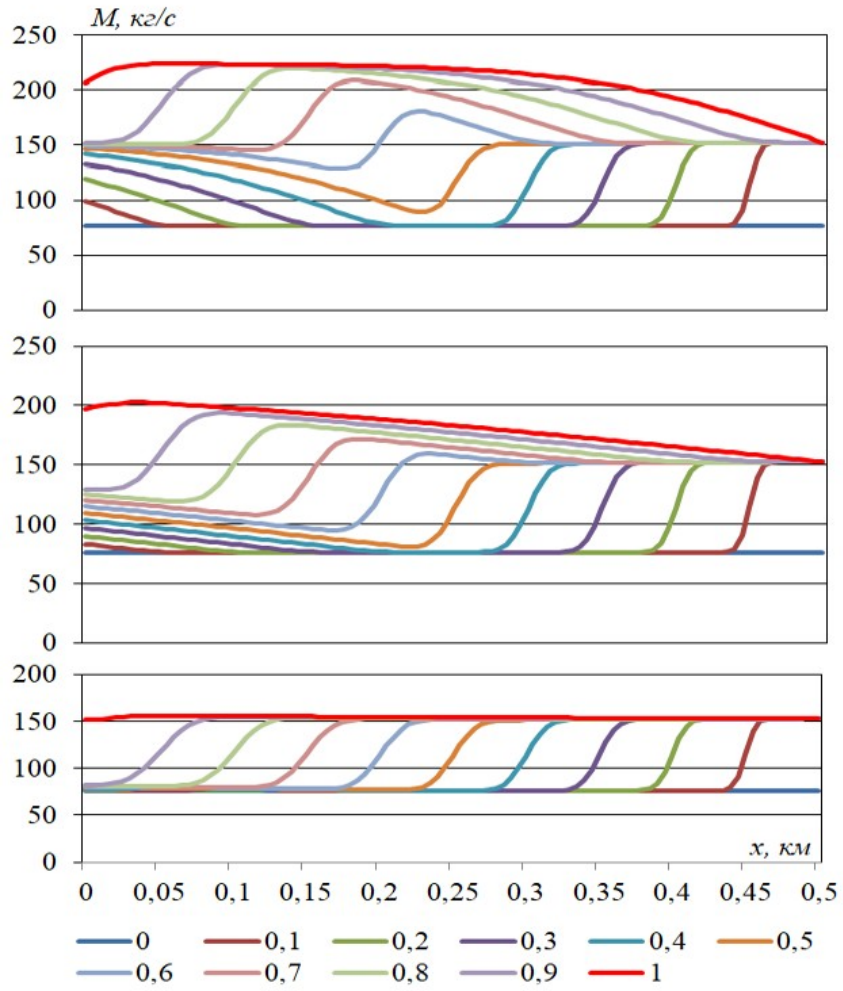


Рис. 1 Профили скорости с шагом $l/(10c)$ в промежутке $[0, l/c]$ при объёмах входного демпфера $V_0 = 0.030$, 0.100 и 1.000 м^3. $l = 500$ м, $D = 0.18$ м, $\lambda = 0.01$, $T = 293.15$ К, $p_{00} = 7.5$ МПа, $\rho_* = 998.23$ кг/м^3, $c_f = 1457.31$ м/с, $c_g = 290.11$ м/с, $k = 2120$ МПа, $u_{00} = 3$ м/с, $u_0 = u_l = 6$ м/с

Наличие воздушного колпака во входном сечении приводит к постепенному росту массового расхода жидкости в этом сечении. При $t > l/(2c)$ возмущение выходного массового расхода, сглаживаясь, перемещается в левую часть участка, а возмущение входного массового расхода в правую часть участка. При $t = l/c$ образуются верхние кривые массового расхода.

С увеличением объема демпфера во входном сечении кривые массового расхода жидкости перемещаются вниз: основное изменение массового расхода во входном сечении соответствует отрезку времени $[9c/(10l); c/l]$, которое возрастает при увеличении значения V_0. При $V_0 = 1.000$ м^3 нижние левые и верхние правые сливаются практически на отдельные кривые массового расхода.

На рис. 2 приведены профили массового расхода жидкости в промежутке времени $l/c \leqslant t \leqslant 2l/c$ для трех значений объема демпфера.

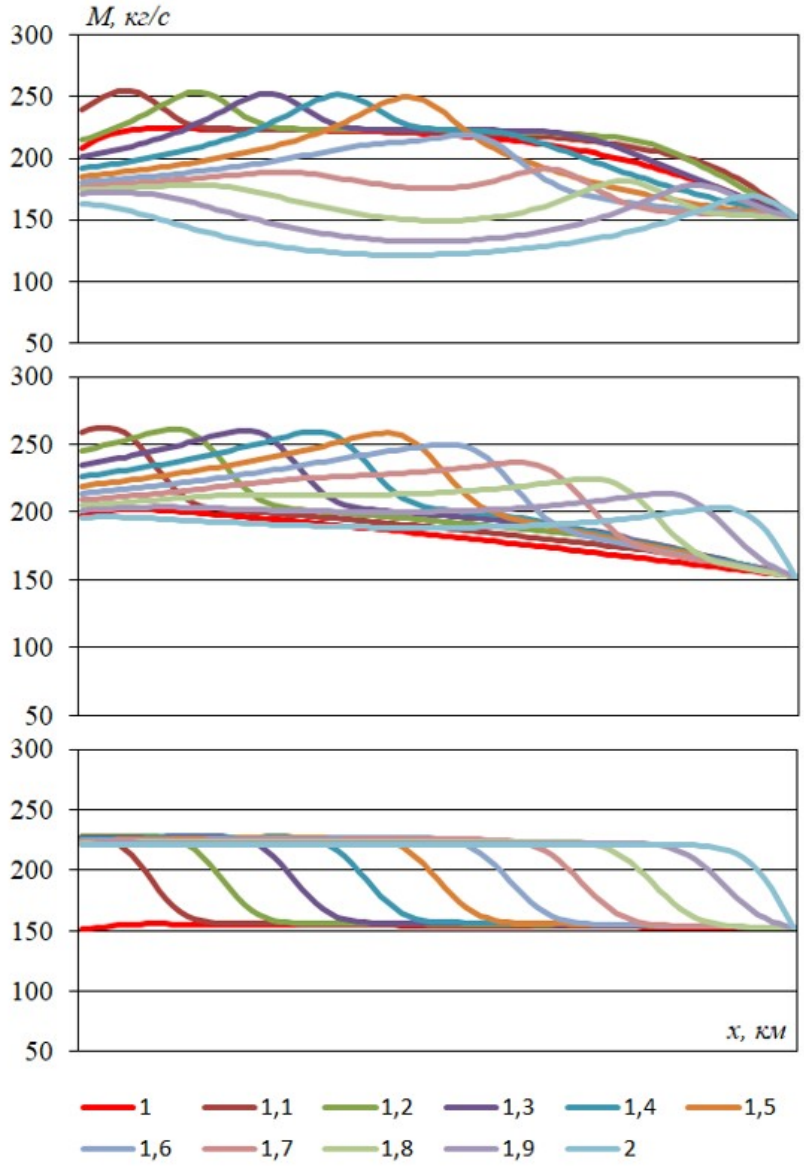


Рис. 2 Профили скорости в промежутке с шагом $l/(10c)$ $1 \leqslant tc/l \leqslant 2$ при объёмах демпфера $V_0 = 0.030$, 0.100 и 1.000 м^3. Данные см. рис. 1.

При $V_0 = 0.030$ м^3 всплеск массового расхода, образованный при $x = 0$ в промежутке времени $[9c/(10l); c/l]$, приводит к образованию выпуклости в графиках, которые выше графика массового расхода при $t = c/l$. Нижняя кривая соответствует времени $tc/l = 2$. А в последствии выходного возмущения образуются более нижних кривых. При $V_0 = 0.100$ м^3 все кривые массового расхода расположились выше кри-

вой массового расхода при $t = c/l$. При $V_0 = 1.000$ м^3 получена аналогичная картина, но без всплесков в кривых.

Соответственно, при большем объеме воздушного колпака обратное действие демпфера, приводящие скачкам массового расхода, постепенно исключается. В результате при $V_0 = 1.000$ м^3 нижняя кривая массового расхода соответствует момента времени $tc/l = 1$, и верхняя моменту времени $tc/l = 2$ составляют практически границу изменения массового расхода жидкости в промежутке времени $c/l \leqslant t \leqslant 2c/l$.

Результаты по массовому расходу жидкости для промежутка $2c/l \leqslant t \leqslant 3c/l$ приведены на рис. 3. При $V_0 = 0.030$ м^3 для $t = 2c/l$ и $t = 3c/l$ графики практически расположились выше остальных. При $V_0 = 0.100$ м^3 и $V_0 = 1.000$ м^3 графики при $t = 2c/l$ находились верху, а при $t = 3c/l$ внизу. Если при $V_0 = 0.030$ м^3 наблюдаются откаты от первого скачка входного массового расхода, то при других объемах воздушного колпака образовалась нижняя огибающая кривых.

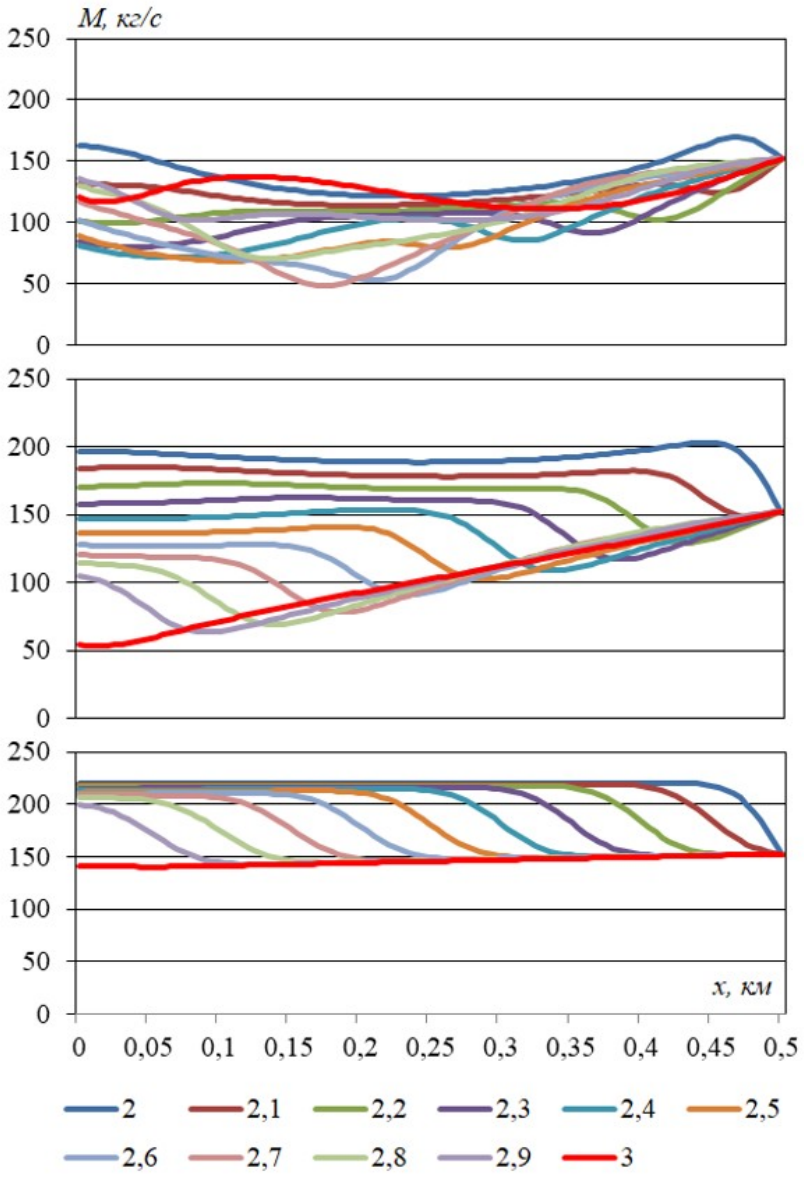


Рис. 3 Профили скорости в промежутке $2 \leqslant tc/l \leqslant 3$ с шагом $l/(10c)$ при объёмах демпфера $V_0 = 0.030$, 0.100 и 1.000 м^3. Данные см. рис. 1.

При $V_0 = 0.100$ м^3 в левом конце участка массовый расход жидкости при $2c/l \leqslant t \leqslant 29c/l$ убывает медленно, скачок расхода в обеих случаях происходит в промежутке $29c/(10l) \leqslant t \leqslant 3c/l$ и этот скачок заметнее при увеличении объема демпфера. Также наибольшее значение массового расхода возрастает с увеличением объема демпфера.

В дальнейшем интервал изменения массового расхода постепенно укорачивается вокруг нового значения массового расхода жидкости (рис. 4). Интервал изменения массового расхода жидкости при $V_0 = 0.030$ м^3 составил $[143.083; 157.35$ кг/с$]$, при $V_0 = 0.100$ м^3 – $[144.635; 153.111$ кг/с$]$, а при $V_0 = 1.000$ м^3 – $[152.411; 159.473$ кг/с$]$.

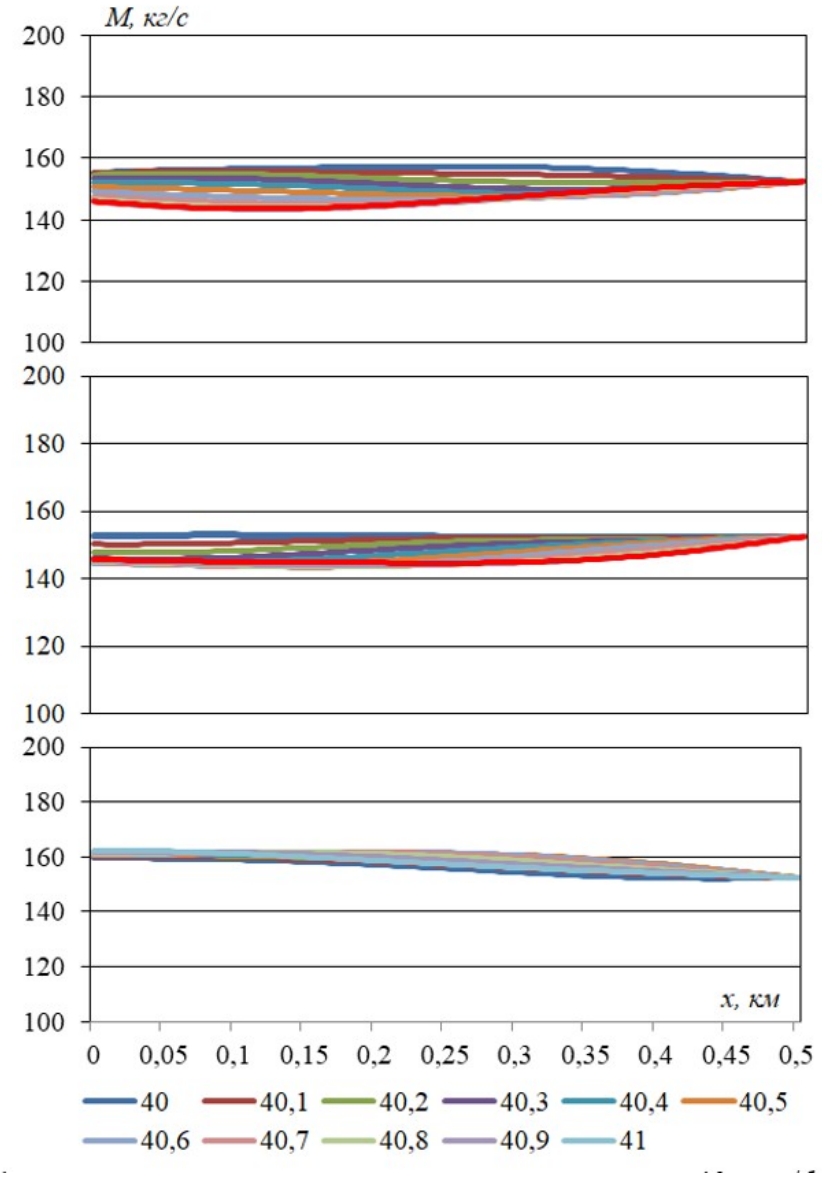


Рис. 4 Профили массового расхода жидкости в промежутке $40 \leqslant tc/l \leqslant 41$ с шагом $l/(10c)$ при объёмах демпфера $V_0 = 0.030$, 0.100 и 1.000 м^3. Данные см. рис. 1.

Изучены графики наибольших и наименьших значений массового расхода жидкости в графиках по длине участка в зависимости от времени. Они показали, что при $V_0 = 0.100$ м^3 наблюдаются наибольшие и наименьшие для трех объемов воздушного колпака значения массового расхода жидкости. При $V_0 = 0.030$ м^3 и $V_0 =$

$= 0.100$ м^3 обнаружены острые пики графиков массового расхода. Они обусловлены, по-видимому, первым актом воздействия входного демпфера. Эти акты, благодаря силе трения, сглаживаются быстрее, чем в случае $V_0 = 1.000$ м^3.

Переходим к анализу результатов по давлению.

При $V_0 = 0.000$ м^3 начальное распределение давления имеет монотонно убывающий характер. Увеличение входной скорости потока при $t = 0$ привело к скачковому возрастанию давления, а увеличение выходной скорости потока к скачковому убыванию давление. Эти возмущения постепенно перемещаются к середине участка, образуя пятизвенные кривые давления: слева волны разряжения, справам волны уплотнения. При $tc/l = 0.5$ образуется трехзвенная кривая, а дальше при $0.5l/c < t < l/c$ опять образуются пятизвенные кривые.

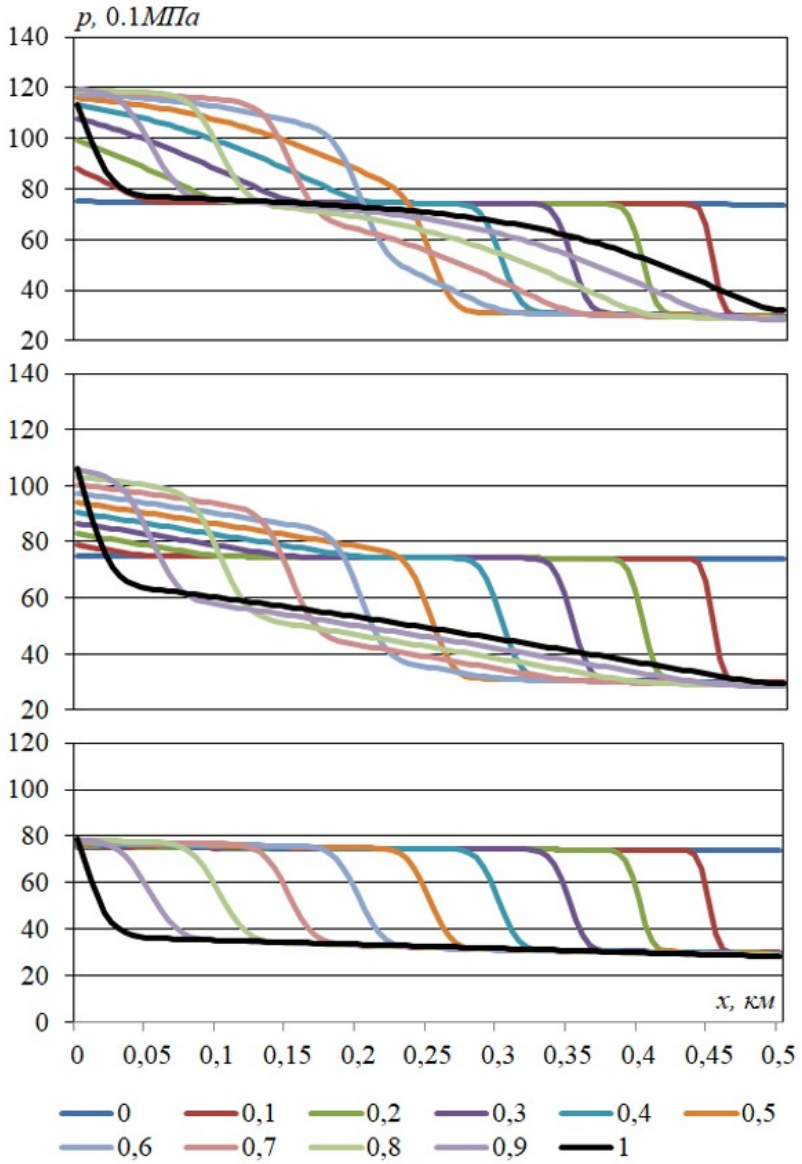


Рис. 5 Графики давления в промежутке времени $0 \leqslant t \leqslant l/c$ с шагом $l/(10c)$ для трех значений объема воздушного колпака. Данные см. рис. 1.

Динамика давления протекала образованием серединных огибающих, которые, меняя угловой коэффициент, стремятся к новому распределению давления, образо-

ванием верхних и нижних огибающих графиков давления, разница между которыми постепенно убывает.

При $V_0 = 0.030$ м^3 на конце с демпфером давление возрастает: сначала интенсивнее, а потом медленное. В левой половине кривые давления сначала имеют линейный характер, далее имеют спуск. При $t = l/c$ в сечении $x = 0$ имеет локальный максимум, после которого снижается, образуя горизонтальную часть графика. Во второй половине участка график снижается до нового значения.

На конце участка $x = l$ давление скачком снижается, образуя волну разряжения. До времени $t = 0.5l/c$ графики давления при $x > l/2$ повторяют графиков, которые получены при $V_0 = 0.000$ м^3.

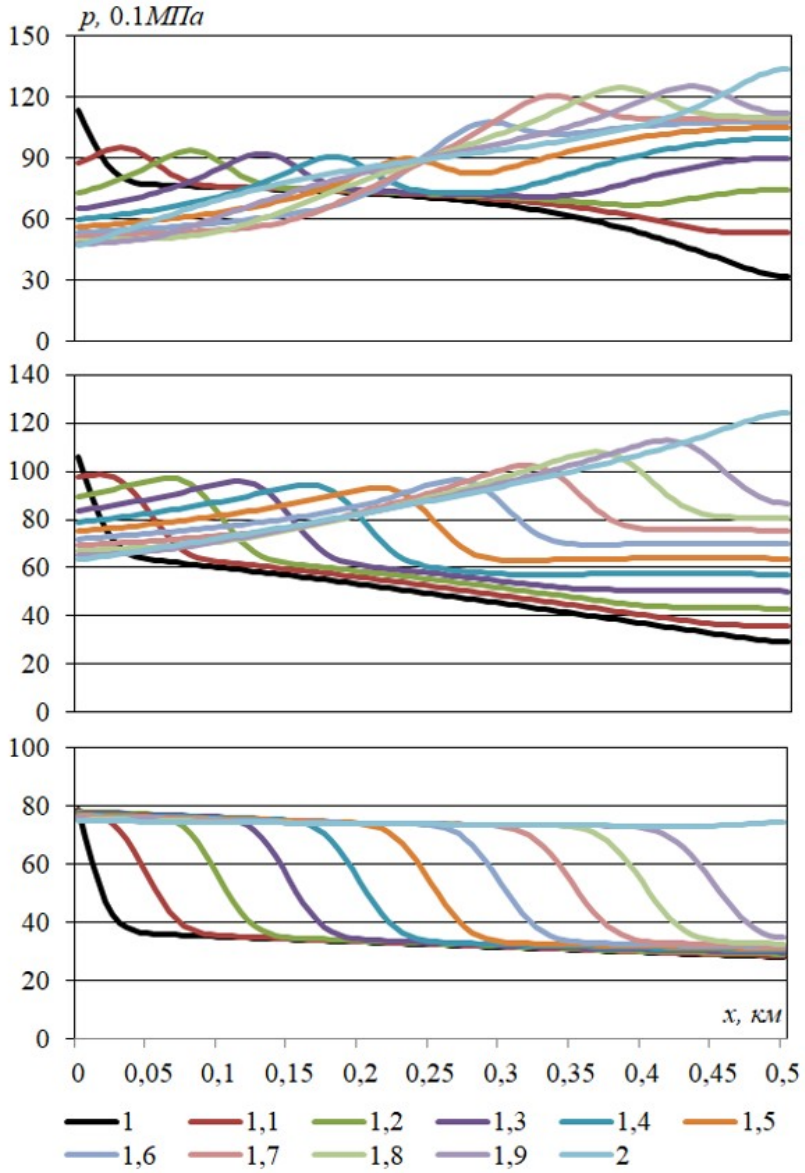


Рис. 6 Графики давления в промежутке времени $l/c \leqslant t \leqslant 2l/c$ с шагом $l/(10c)$ для трех значений объема воздушного колпака. Данные см. рис. 1.

При $V_0 = 0.100$ м^3 в сечении $x = 0$ наблюдается практически равномерное возрастание давления. Далее наблюдаются отрезки прямых, спускающихся до начального

распределения давления. При $t = l/c$ имеет кривую, которая сначала убывает интенсивно, а потом переходит к практически линейному падению давления.

Самый малый интервал изменения давления наблюдается при $V_0 = 1.000$ м^3, когда сверху и снизу графики ограничены огибающими кривыми давления при $t = 0$ и $t = l/c$.

Сравнение графиков массового расхода и давления показывает своеобразного проявления формулы Бернулли: возрастанию графиков массового расхода соответствуют убывание графиков давления.

В промежутке времени $l/c < t < 2l/c$ в вариантах $V_0 = 0.030$ и $V_0 = 0.100$ м^3 имеются верхние всплески кривых давления при $(0$ м$, l/c)$. При $x = 0$ значение давления падает: сначала интенсивно, потом медленнее. При $x = l$ наблюдается обратная картина. Заметим, что для этих вариантов в приближении $x = l$ и $t = 2l/c$ образовались местные максимумы. При $V_0 = 0.100$ м^3 в промежутке времени $1.1l/c \leqslant t \leqslant 1.7l/c$ правые звенья кривых практически прямые. Кроме этих звеньев можно принять кривые давления для волны уплотнения. В варианте $V_0 = 1.000$ м^3 верхняя и нижняя кривые давления сохраняется свою позицию верхней и нижней огибающих, которое являются границам для волны уплотнения, перемещающихся слева направо.

При $V_0 = 0.030$ и 0.100 м^3 изменения происходят за счёт распространения против потока всплеска графика, образованного при $x = l$ и $t = 2l/c$. При $V_0 = 0.030$ м^3 и $t = 3l/c$ кривая давления сначала возрастает, потом убывает, а в конечной $1/4$ части участка возрастает. Интервал изменения давления большой (3.857; 13.37 МПа).

При $V_0 = 0.100$ м^3 справа налево перемещается волна уплотнения с постепенным гашением волны.

При $V_0 = 1.000$ м^3 наблюдается обратная для промежутке времени $0 < t < 2l/c$ картина: предыдущая верхняя огибающая становится нижней огибающей. При $t = 3l/c$ формируется верхняя огибающая. Волна уплотнения перемещается от первого конца участка к левому концу. Рассуждая аналогично, заметим, что при $V_0 = 1.000$ м^3 ожидается перемещения волна разряжения слева направо.

В результатах по давлению (рис. 8) при $40l/c \leqslant t \leqslant 41l/c$ выражено, чем при предыдущих промежутках времени, интервал изменения давления в конце с демпфером намного короче интервала изменения давления в противоположном конце участка.

Анализированы графики наименьшего и наибольшего значения давления в зависимости от безразмерного времени. Неострые пики в графиках наблюдали в варианте $V_0 = 0.100$ м^3. В варианте $V_0 = 1.000$ м^3 наблюдали более гладкие графики давления с медленным гашением, чем при $V_0 = 0.100$ м^3.

Для каждого из вариантов расчета сохранялись и обрабатывались результаты по осреднённой по поперечной площади скорости потока из формулы для массового расхода:

$$M(x,t) = f\rho(x,t)u(x,t). \tag{13}$$

Здесь площадь поперечного сечения трубопровода имеет постоянное значение. Плотность жидкости определяется по формуле:

$$\rho = \rho_* + \frac{p - p_*}{c_f^2}. \tag{14}$$

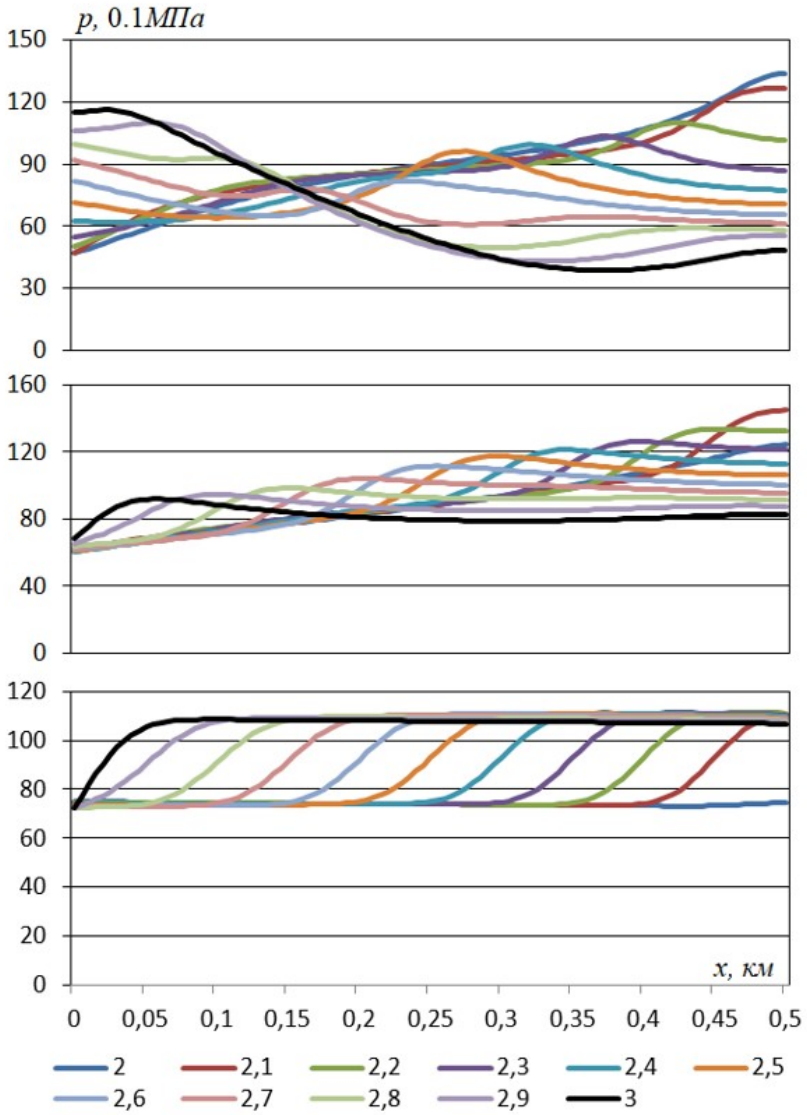


Рис. 7 Графики давления в промежутке времени $2l/c \leqslant t \leqslant 3l/c$ с шагом $l/(10c)$ для трех значений объема воздушного колпака. Данные см. рис. 1.

Наибольшее значение давления, которое получено в расчетах, составляет 25.1 МПа. Тогда наибольшее приращение плотности равно:

$$\frac{p - p_*}{c_f^2} = \frac{25 \cdot 10^6}{144 \cdot 10^4} = \frac{2500}{144} \approx 17 \text{ кг/м}^3.$$

Относительно невозмущенного состояния (998.32 кг/м^3) это составляет меньше 2%.

Тогда наибольшее отклонение скорости от значения $M(x,t)$ составляет:

$$u(x,t) \approx \frac{M(x,t)}{f\rho_*(1+0.02)} \approx (1-0.02)\frac{M(x,t)}{f\rho_*} = 0.98\frac{M(x,t)}{f\rho_*}. \tag{15}$$

То есть при наибольших положительных пиках давления скорость потока слегка (до 2%) снижается, в остальном она повторяет характер изменения массового расхода жидкости. Поэтому результаты расчета по скорости не приводили.

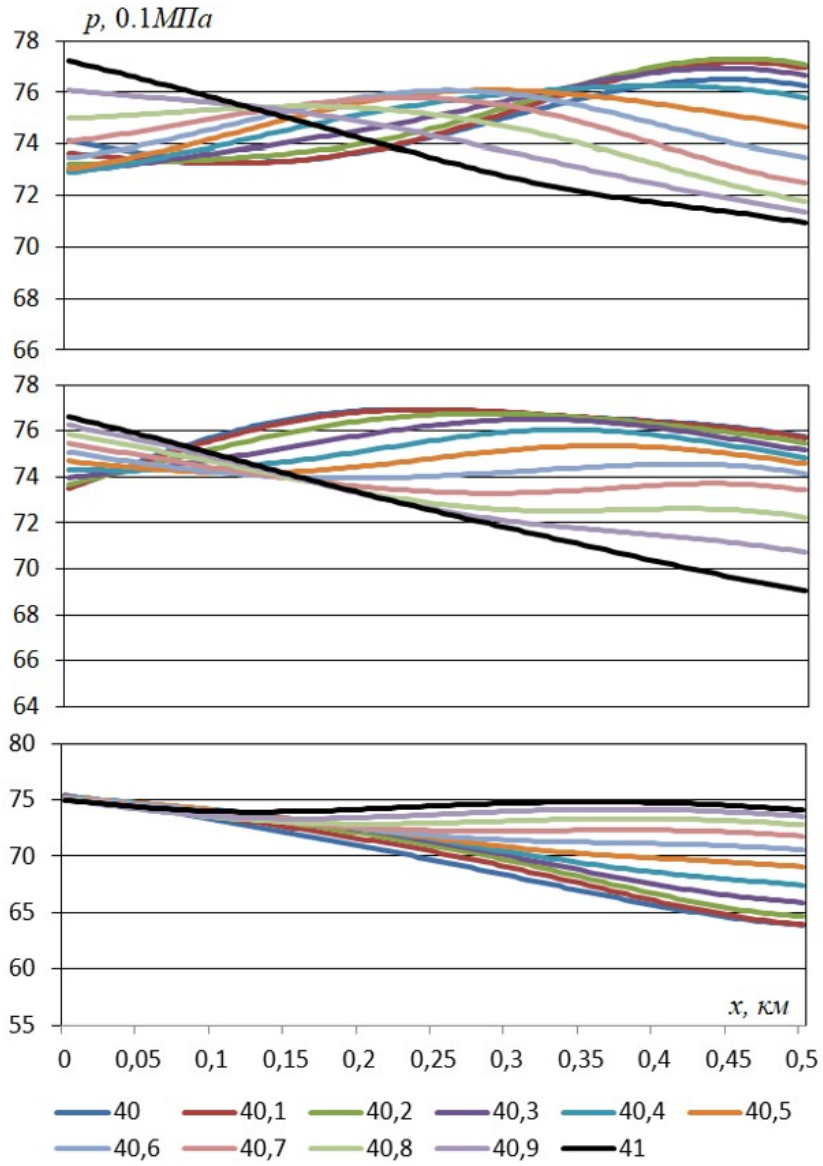


Рис. 8 Графики давления в промежутке времени $40l/c \leqslant t \leqslant 41l/c$ с шагом $l/(10c)$ для трех значений объема воздушного колпака. Данные см. рис. 1.

4 Заключение

В настоящем исследовании изучено влияние воздушного колпака (демпфера) на импульсные скачки и колебания давления, возникающие при течении реальной жидкости в рельефных трубопроводных системах. Нелинейные уравнения сохранения массы и импульса преобразованы к уравнениям относительно аналогов встречных волн, где переменность плотности реальной жидкости учитывали через вспомогательной функции $\varphi = \ln(\rho/\rho_*)$. Составлено условие на входе в участок, которое учитывает параметры воздушного колпака и реальные свойства воздуха. На выходе задан закон изменения массового расхода жидкости по времени.

Разработаны численный метод и алгоритм решения задачи, где нелинейные граничные условия приведены к трансцендентным уравнениям и реализованы методом касательных Ньютона. Проведен вычислительный эксперимент с варьированием объема воздушного колпака.

Анализ показал, что с увеличением объема воздушного колпака амплитуды колебаний давления и массового расхода уменьшаются, то есть возникающие в системе скачки давления и импульса существенно сглаживаются. В то же время при малых объемах демпфера изменения давления и расхода носят более резкий и неустойчивый характер.

Установлено, что между массовым расходом, давлением и скоростью потока сохраняется взаимосвязь, которая проявляется в соответствии с законом Бернулли: увеличение массового расхода сопровождается снижением давления, тогда как рост давления приводит к незначительному уменьшению скорости потока.

В результате распространения и взаимодействия волн уплотнения и разряжения вдоль трубопровода кривые давления приобретают сложный характер и со временем формируют верхние и нижние огибающие, постепенно переходя к новому установившемуся режиму.

В целом, результаты исследования показали, что воздушный колпак является эффективным средством для снижения гидравлических ударов, сглаживания колебаний давления, повышения надежности и устойчивости работы трубопроводных систем.

Литература

[1] *Ghidaoui M.S., Zhao M., Mcinnis D.A., Axworthy D.H.* A review of water hammer theory and practice // Applied Mechanics Reviews. – 2005. – Vol. 58(1). – P. 49–76.

[2] *Urbanowicz K., Duan H.F.* Modern modeling of transient pipe flow // Water. – 2020. – Vol. 12(11). – P. 3291.

[3] *Kim S.H.* Extensive thermodynamic behavior of air in a surge vessel // Journal of Hydraulic Research. – 2015. – Vol. 53(2). – P. 263–269.

[4] *Wang J., Yang J., Yang W.* Time-dependent reliability analysis of a surge tank under complex transient conditions // Water Resources Management. – 2018. – Vol. 32(1). – P. 121–137.

[5] *Bergant A., Simpson A.R., Tijsseling A.S.* Water hammer with column separation: A historical review // Journal of Fluids and Structures. – 2006. – Vol. 22(2). – P. 135–171.

[6] *Bozkurt O., Duan H.F.* Accuracy and efficiency of 1D and 3D models for the simulation of transient pipe flow // Journal of Hydro-environment Research. – 2021. – Vol. 36. – P. 12–25.

[7] *Adamkowski A., Lewandowski M.* A new method for simulating unsteady friction in transient pipe flow // Journal of Fluids Engineering. – 2019. – Vol. 141(7). – P. 071105.

[8] *Tijsseling A.S.* Fluid-structure interaction in liquid-filled pipe systems: A review // Journal of Fluids and Structures. – 1996. – Vol. 10(2). – P. 109–146.

[9] *Khosravani A., Haghighi A.* Design and optimization of surge tanks in water transmission systems using evolutionary algorithms // Water Resources Management. – 2020. – Vol. 34(10). – P. 3293–3308.

[10] *Martins N.M.C., Brunone B., Meniconi S.* Optimization of air vessel characteristics for water hammer protection // Journal of Water Resources Planning and Management. – 2018. – Vol. 144(5). – P. 04018013.

[11] *Жуковский Н.Е.* О гидравлическом ударе в водопроводных трубах. – М.: Гостехиздат, 1949.

[12] *Streeter V.L., Wylie E.B.* Fluid Transients in Systems. – Prentice Hall, 1993.

[13] *Fox R.W., McDonald A.T.* Introduction to Fluid Mechanics. – Wiley, 2011.

[14] *Лойцянский Л.Г.* Механика жидкости и газа. – М.: Наука, 1987.

[15] *White F.M.* Fluid Mechanics. – McGraw-Hill, 2016.

[16] *Chaudhry M.H.* Applied Hydraulic Transients. – Springer, 2014.

[17] *Thorley A.R.D.* Fluid Transients in Pipeline Systems. – D & L George Ltd, 2004.

[18] *Чарный И.А.* Неустановившееся движение реальной жидкости в трубах. – Изд. 2-е. – М.: Недра, 1975. – 296 с.

[19] *Миркин А.З., Усиньш В.В.* Трубопроводные системы. – М.: Химия, 1991. – 256 с.

[20] *Bakhtiyorov B.* Modeling of A. damper connected to the end of A. pipeline with real fluid; prescribed inlet flow // AIP Conference Proceedings. – 2023. – Vol. 3265. – P. 060001.

UDC 532.546

INFLUENCE OF AN AIR VESSEL ON PRESSURE PULSATIONS IN PIPELINES WITH UNDULATING PROFILES

[1]***Bakhtiyorov B.B.,*** [1,2]***Khojikulov Sh.Sh.,*** [1,3]***Khujaev I.K.,*** [1]***Turopova N.V.***

*bozorov.bobur1992@gmail.com

[1]Institute of Mechanics and Seismic Stability of Structures named after M.T. Urazbaev, Tashkent, Uzbekistan;

[2]Tashkent State Transport University, Tashkent, Uzbekistan;

[3]Oriental University, Tashkent, Uzbekistan.

This paper investigates impulse surges and pressure fluctuations occurring during the flow of a real fluid in relief pipelines. The propagation patterns of impulse waves in the pipeline system are established. Based on the mathematical model, calculations were performed, showing that the vibration amplitude decreases as the volume of the air vessel increases. The results obtained are of significant importance for reducing water hammers and increasing the operational stability of pipeline systems.

Keywords: Counter-waves, N.E. Zhukovsky's equations, numerical method, pressure, velocity, damper, quasi-one-dimensional equations

Citation: Bakhtiyorov B.B., Khojikulov Sh.Sh., Khujaev I.K., Turopova N.V. 2026. Influence of an Air Vessel on Pressure Pulsations in Pipelines with Undulating Profiles. *Problems of mechanics.* 2(36): 96-111.